
Bauteiloptimierung mit Hilfe von Methoden der Sensitivitäts- und Toleranzanalyse

Diplomarbeit von B.Sc. Oskar Munz

13.12.2006

Betreuung: Dipl.-Ing. Soong-Oh Han



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Gliederung der Präsentation

1. Einleitung
2. Theoretische Grundlagen (Sensitivitätsanalyse / Plastizität)
3. Schnittstellenprogrammierung
4. S.-Analyse in OptiY
5. Ansys / Modellbildung
6. Ergebnisse
7. Fazit / Ausblick



Einleitung

- Viele technische Bauteile werden überdimensional konstruiert
- Optimierung: Gewichtsersparnis, Herstellungskosten senken
- Optimierungsverfahren arbeiten oft nur mit Nennwerten
- reale Strukturen unterliegen natürlichen Streuungen → Toleranz- und Sensitivitätsanalyse
- Viele Systeme sind komplex, sehr hoher bis unmöglicher experimenteller Aufwand nötig
- Methoden der globalen Sensitivitätsanalyse lassen sich auf Simulationsebene verwenden, da sie modellunabhängig sind



Sensitivitätsanalyse

Definition: „Die Sensitivitätsanalyse untersucht die Beziehung zwischen den in das Modell ein- und ausfließenden Informationen“

Ziel der Sensitivitätsanalyse ist herauszufinden,

- ob das Modell dem zu untersuchenden Prozess/System entspricht
- welche Faktoren den größten Beitrag zur Streuung des Outputs leisten
- welche Parameter des Modells / Teile des Modells insignifikant sind
- bei welcher Kombination der Eingangsgrößen die Streuung maximal ist
- ob und welche Faktoren miteinander interagieren



Klassifizierung der Methoden

Lokale Sensitivitätsanalyse:

- lokaler Einfluss der Faktoren des Modells
 - partielle Ableitungen der Zielfunktion nach den Input-Variablen
 - *one-factor-at-a-time*-Ansatz
- Probleme beim Vergleich des Effekts verschiedener Faktoren auf den Output
- Praktikabel, wenn Modell linear ist

Globale Sensitivitätsanalyse:

- Zuordnung: Variation der Ausgangsgröße/Variationen der Eingangsgrößen
 - Einfluss von Form und Skalierung (Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen)
 - Multidimensionale Mittelung (S.-Maß eines Faktors wird berechnet, indem auch alle anderen Faktoren variiert werden)
- geeignet zur Untersuchung unseres Modells
-

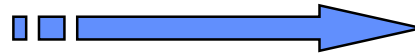


Theoretische Grundlagen

Idee: Zerlegung der Varianz

Varianz = bedingte Varianz + Residuum

$$\text{Var } Y = \text{Var}_{\mathbf{X}}[E(Y|\mathbf{x})] + E_{\mathbf{X}}(\text{Var}[Y|\mathbf{x}]),$$



Importance
measure,
Sensitivity index,
Correlation ratio,

wobei

$$\text{Var}_{\mathbf{X}}[E(Y|\mathbf{x})] = \int [E(Y|\mathbf{x}) - E(Y)]^2 p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

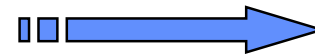
$$E_{\mathbf{X}}(\text{Var}[Y|\mathbf{x}]) = \iint [y - E(Y|\mathbf{x})]^2 p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) p_{Y|\mathbf{x}}(y) d\mathbf{x} dy,$$

$$E(Y|\mathbf{x}) = \int y p_{Y|\mathbf{x}}(y) dy.$$

$$S_{\mathbf{x}} = \frac{\text{Var}_{\mathbf{X}}[E(Y|\mathbf{x})]}{\text{Var } Y}$$

Sobol': Vollständige Dekomposition der Varianz → Interaktionen der Eingangsgrößen

$$D = \sum_{i=1}^n D_i + \sum_{1 \leq i < j \leq n} D_{i,j} + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} D_{i,j,k} + \dots + D_{1,2,\dots,n}$$



$$S_{i_1, \dots, i_s} = \frac{D_{i_1, \dots, i_s}}{D}$$

für $1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n$



Plastizität

- Nichtlineares Materialverhalten
- Spannung hängt von Dehnung und Dehnungsgeschichte ab
- Materialmodell wird beschrieben durch:

➤ Fließfunktion

(skalare Fkt. des Spannungstensors)

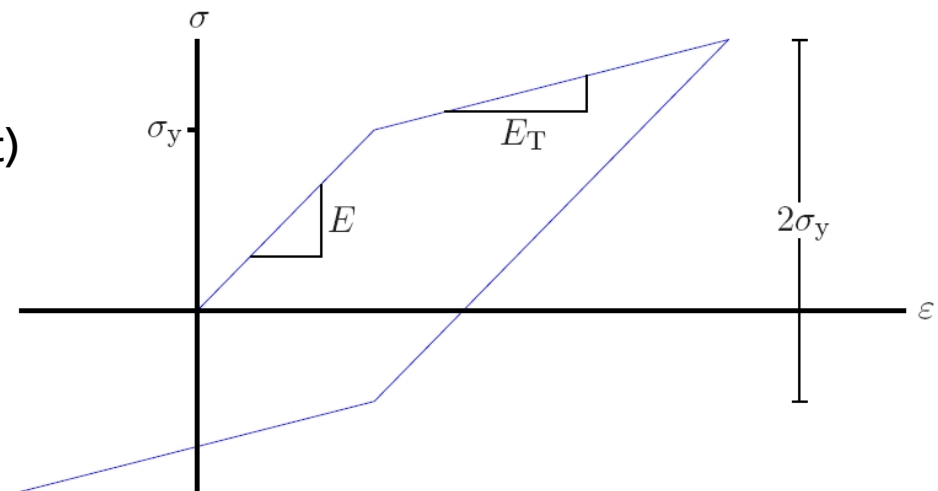
$$F = \sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{\sigma}^D - \boldsymbol{\xi})^T \mathbf{M} (\boldsymbol{\sigma}^D - \boldsymbol{\xi})} - \sigma_y = 0$$

➤ Fließregel

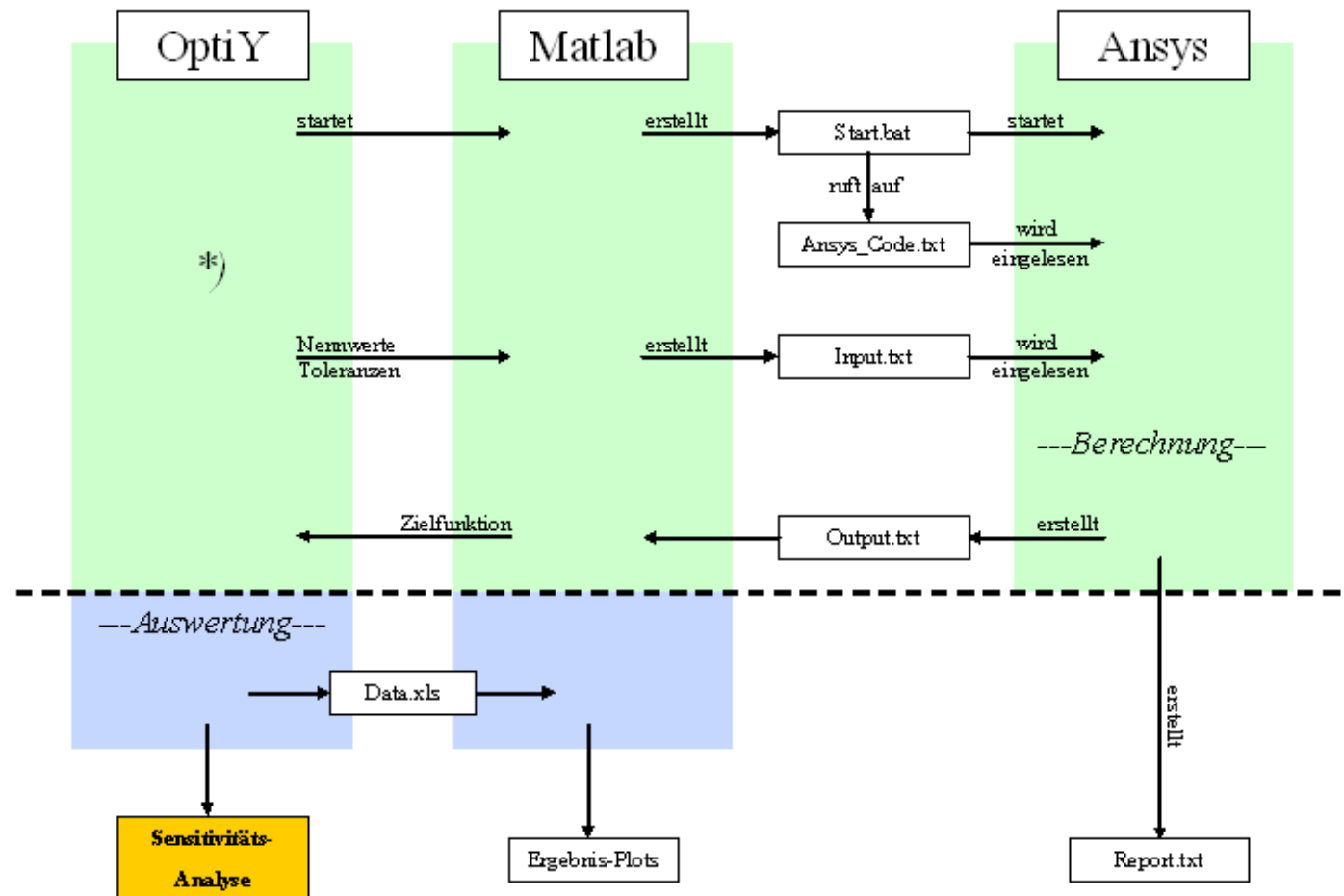
(legt Richtung/Betrag d. plast. Dehnung fest)

➤ Verfestigungsregel

(beschreibt Verhalten nach
Überschreiten der Fließgrenze)



Interaktion der Programme



*) OptiY ruft für jeden Satz Parameter Matlab erneut auf (oberer Bereich). Die Auswertung erfolgt, nachdem alle Parameter-Kombinationen durchgerechnet worden sind (unterer Bereich).

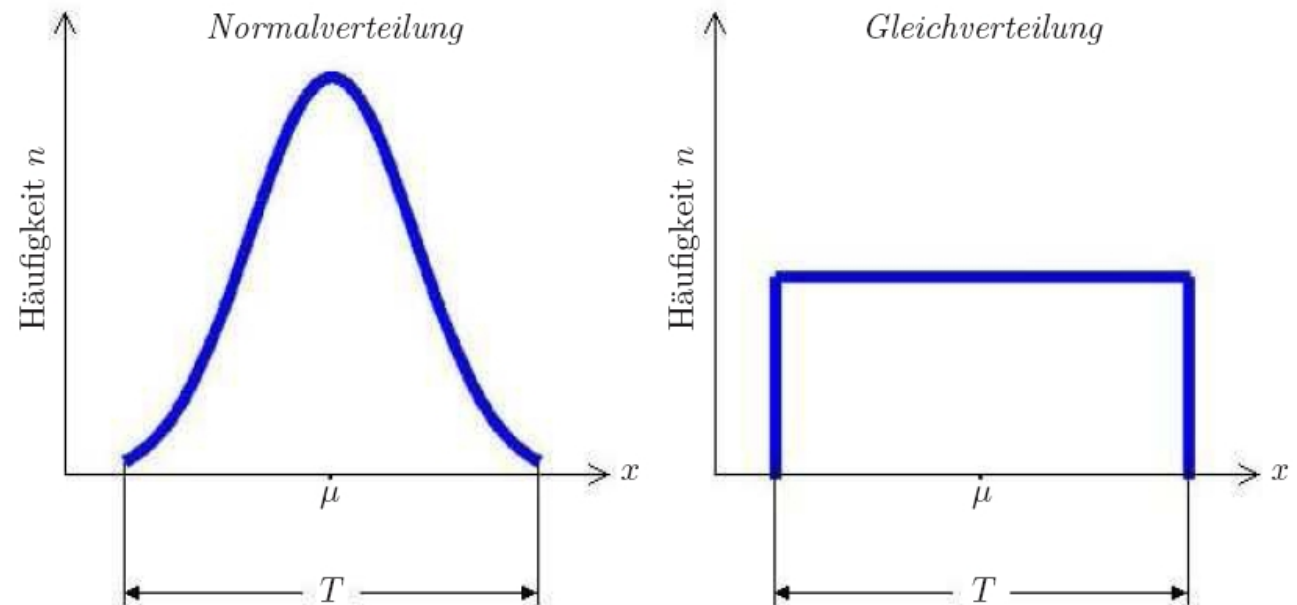


Sensitivitätsanalyse in OptiY

Second Order Analysis:

$$\tilde{f} = f_0 + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j} (x_j - x_0) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} (x_j - x_0)^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k} (x_j - x_0)(x_k - x_0)$$

- Vorgabe von Nennwerten N und zugehörigen Toleranzen T
- Bilden der Ersatzfunktion
- Errechnen der WS-Verteilung der Ausgangsgröße
- Errechnen der (bedingten) Varianzen
- Angabe der Sensitivitätsmaße



Benötigte Modelldurchrechnungen, DOE

Pro Input werden drei Stützstellen genutzt:

- Untere Grenze $U_n = X_n - \frac{1}{2}T_n$
- Nennwert/Mittelwert X_n
- Obere Grenze $O_n = X_n + \frac{1}{2}T_n$

„Unsichtbarer“ Durchlauf:

Allen Parametern wird Nennwert zugewiesen, Parametersatz taucht nicht in DOE-Tab. auf

Anzahl Modelldurchrechnungen:

> SOA: $r = 2n^2 + 1$

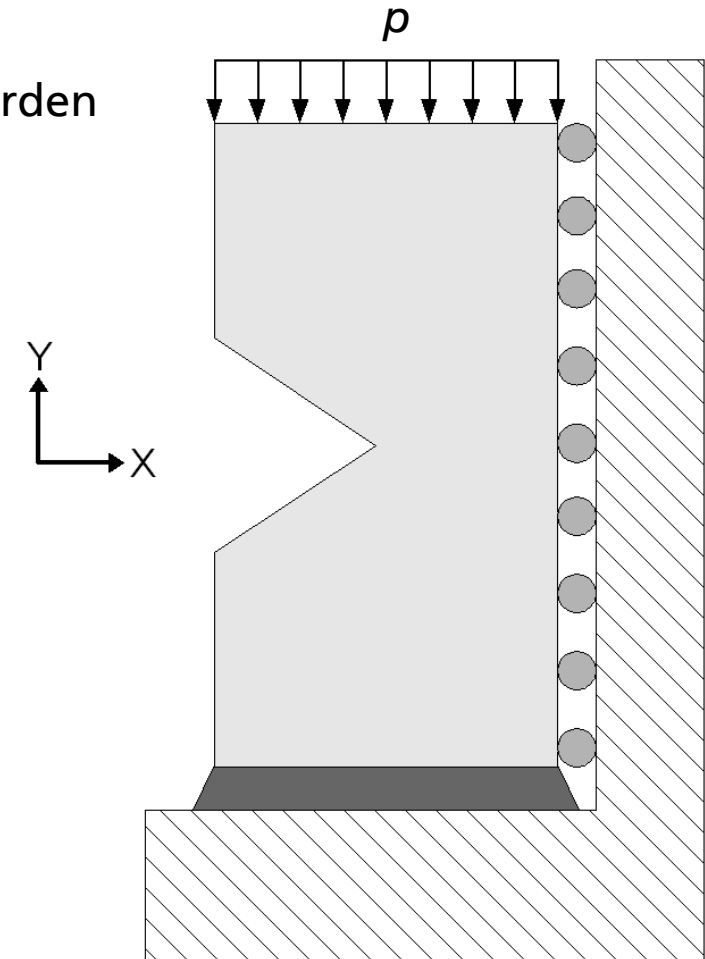
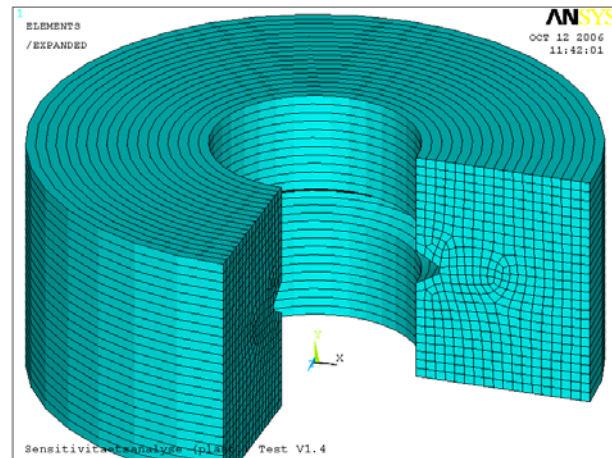
> RSOA: $r = 2n + 1$

No	T_P	T_stumpf	T_IH	T_YM	T_PR	T_KH	T_KB	T_YS	Zielfunktion
0	1.85	0.225	60	200000	0.31	12	9	400	87.3779
1	1.75	0.25	60	200000	0.31	12	9	400	90.8936
2	1.75	0.225	62	200000	0.31	12	9	400	90.0635
3	1.75	0.225	60	220000	0.31	12	9	400	88.7451
4	1.75	0.225	60	200000	0.335	12	9	400	89.917
5	1.75	0.225	60	200000	0.31	12.5	9	400	89.8193
6	1.75	0.225	60	200000	0.31	12	9.25	400	88.7451
7	1.75	0.225	60	200000	0.31	12	9	420	93.1885
8	1.65	0.225	60	200000	0.31	12	9	400	91.4795
9	1.75	0.2	60	200000	0.31	12	9	400	86.9385
10	1.75	0.225	58	200000	0.31	12	9	400	84.0088
11	1.75	0.225	60	180000	0.31	12	9	400	88.7451
12	1.75	0.225	60	200000	0.285	12	9	400	87.5732
13	1.75	0.225	60	200000	0.31	11.5	9	400	88.7939
14	1.75	0.225	60	200000	0.31	12	8.75	400	88.4521
15	1.75	0.225	60	200000	0.31	12	9	380	84.3018
16	1.85	0.25	60	200000	0.31	12	9	400	88.2568
17	1.85	0.225	62	200000	0.31	12	9	400	89.0869
18	1.85	0.225	60	220000	0.31	12	9	400	87.3779
19	1.85	0.225	60	200000	0.335	12	9	400	88.5498
20	1.85	0.225	60	200000	0.31	12.5	9	400	87.8174
21	1.85	0.225	60	200000	0.31	12	9.25	400	87.8174
22	1.85	0.225	60	200000	0.31	12	9	420	91.7236
23	1.75	0.25	62	200000	0.31	12	9	400	92.6514
24	1.75	0.25	60	220000	0.31	12	9	400	90.8936
25	1.75	0.25	60	200000	0.335	12	9	400	92.0654
26	1.75	0.25	60	200000	0.31	12.5	9	400	92.1631
27	1.75	0.25	60	200000	0.31	12	9.25	400	91.1865
28	1.75	0.25	60	200000	0.31	12	9	420	95.4346
29	1.75	0.225	62	220000	0.31	12	9	400	90.0635
30	1.75	0.225	62	200000	0.335	12	9	400	91.2354
31	1.75	0.225	62	200000	0.31	12.5	9	400	88.9893
32	1.75	0.225	62	200000	0.31	12	9.25	400	89.9658
33	1.75	0.225	62	200000	0.31	12	9	420	94.5557
34	1.75	0.225	60	220000	0.335	12	9	400	89.917
35	1.75	0.225	60	220000	0.31	12.5	9	400	89.8193
36	1.75	0.225	60	220000	0.31	12	9.25	400	88.7451
37	1.75	0.225	60	220000	0.31	12	9	420	93.1885
38	1.75	0.225	60	200000	0.335	12.5	9	400	90.9912
39	1.75	0.225	60	200000	0.335	12	9.25	400	89.917
40	1.75	0.225	60	200000	0.335	12	9	420	94.4092
41	1.75	0.225	60	200000	0.31	12.5	9.25	400	88.9404
42	1.75	0.225	60	200000	0.31	12.5	9	420	94.3115
43	1.75	0.225	60	200000	0.31	12	9.25	420	93.1885
44	1.65	0.2	60	200000	0.31	12	9	400	86.7939
45	1.65	0.225	58	200000	0.31	12	9	400	86.0107
46	1.65	0.225	60	180000	0.31	12	9	400	91.4795

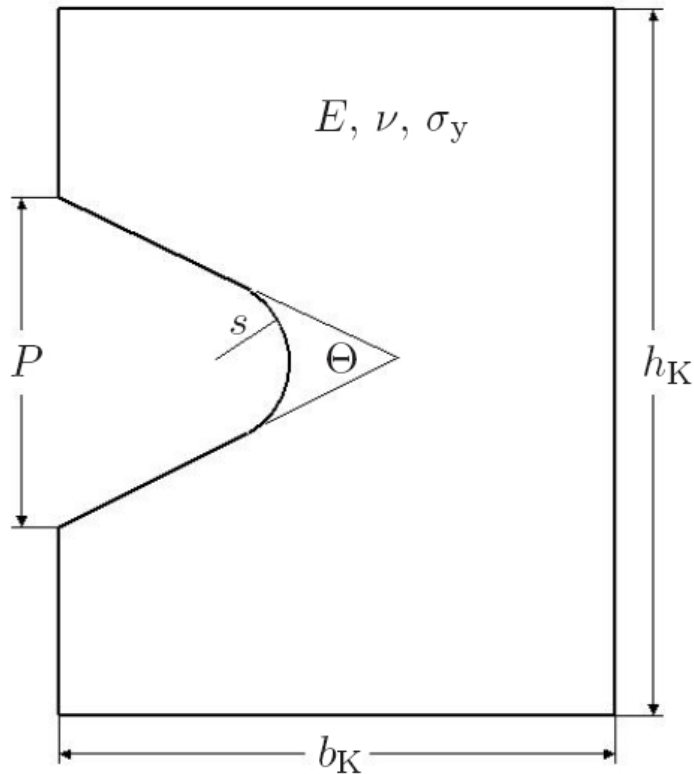


Einfaches Modell

- Axialsymmetrischer Körper
- Auf Oberfläche kann ein Druck/Zug p aufgebracht werden
- Einkerbung
- Unten fest eingespannt
- rechte Seite einwertig gelagert



Festlegung der Eingangs- und Ausgangsgrößen



Bezeichnung	Variable	Typ ^a	Bedeutung
Θ	TH	I	Flankenwinkel
P	P	I	Gewindesteigung
s	STUMPF	I	Stumpfheitsradius
h_K	KH	I	Körperhöhe
b_K	KB	I	Körperbreite
E	YM	I	E-Modul
ν	PR	I	Querkontraktionszahl
σ_y	YS	I	Fließgrenze
p	MaxDruck	O	Grenzdruck auf Oberfläche

Problem: p kein Output, der direkt von ANSYS geliefert wird

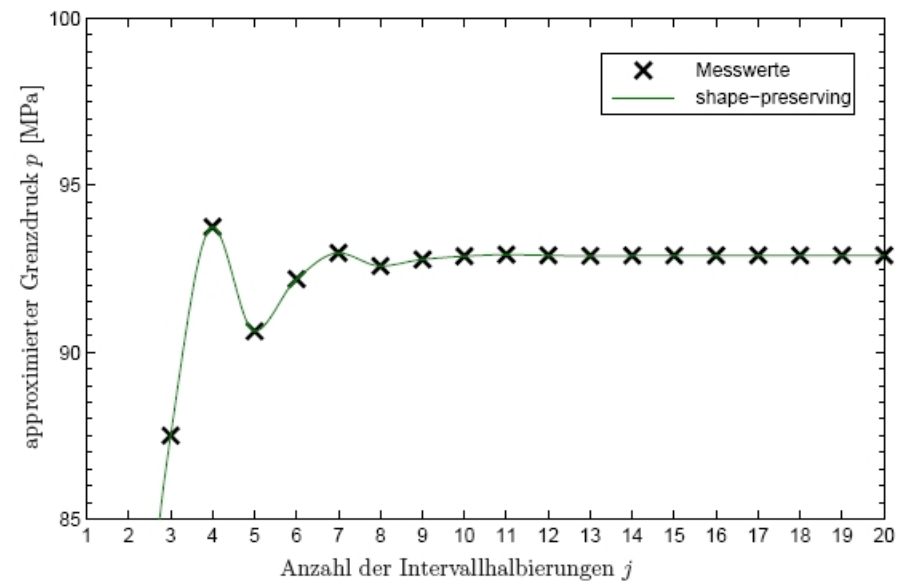
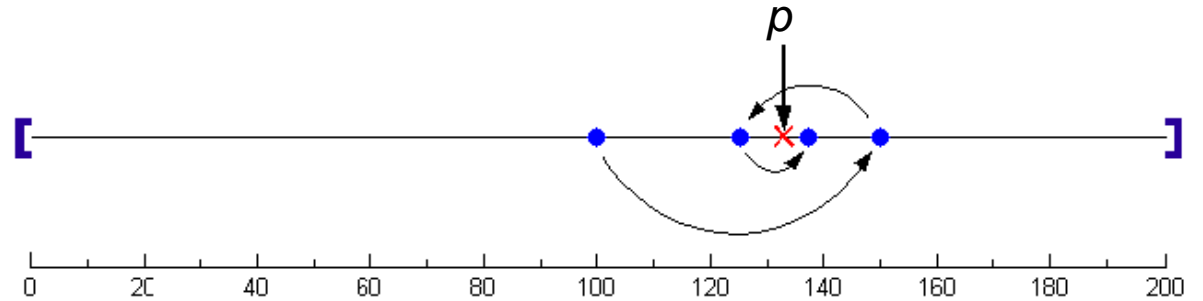
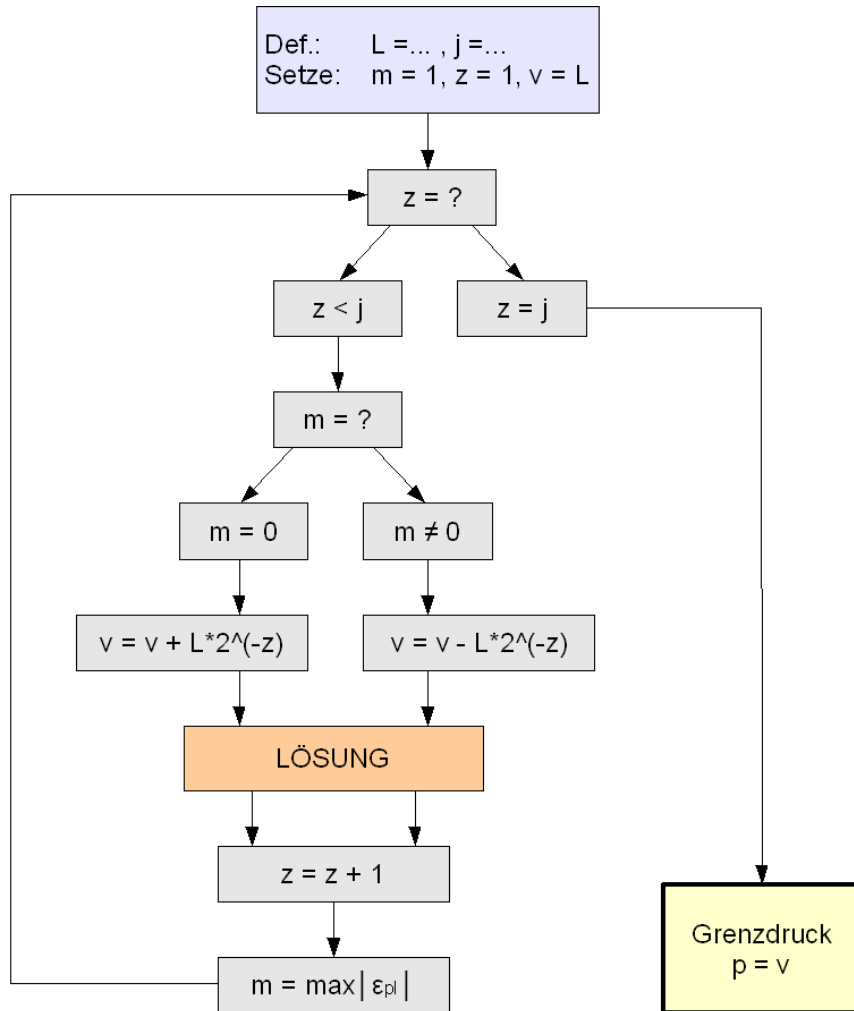
Lösung: Wert muss approximiert werden



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



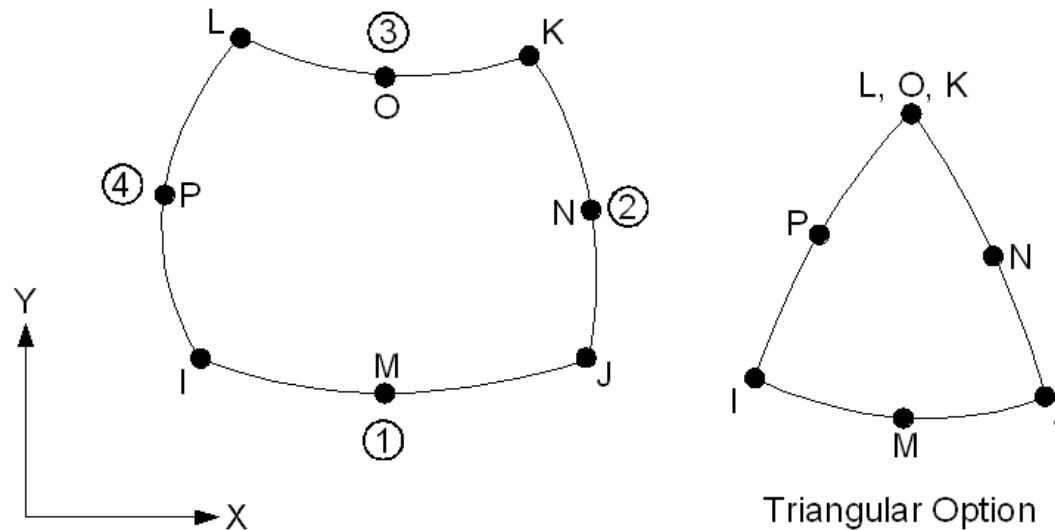
Approximation von p mit Suchalgorithmus



Generieren des FE-Modells

Vernetzung des Modells mit plane183-Elementen

- Einstellen von Axialsymmetrie
- Plastizität implementierbar
- Triangulare Option möglich
- „Genauer“ als plane182*
(*hat keine Mittelknoten)



Vernetzung der Oberfläche mit surf153-Elementen

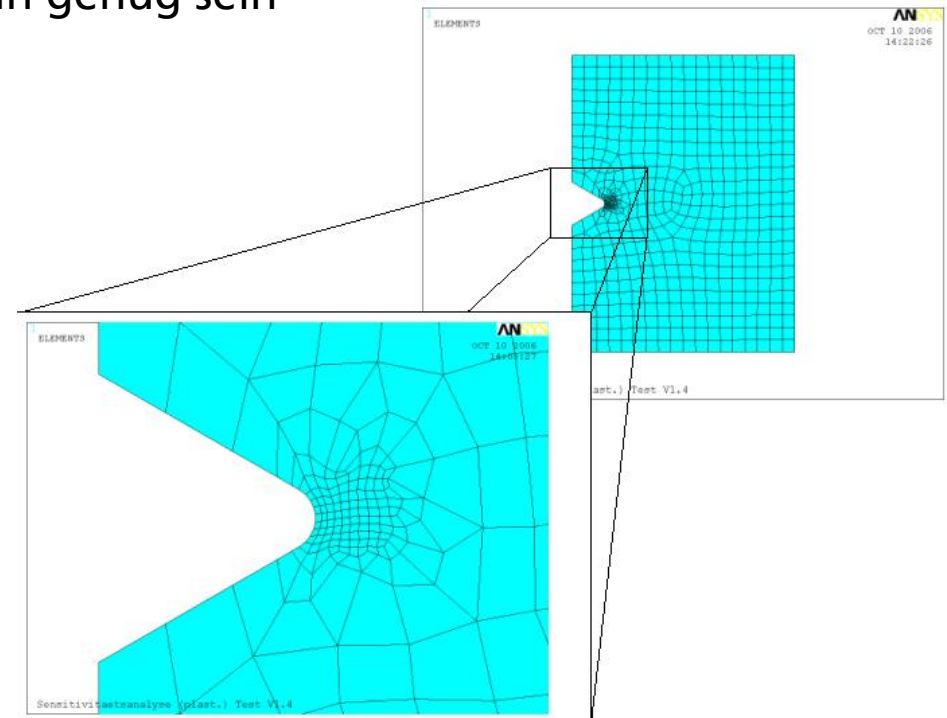
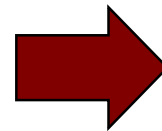
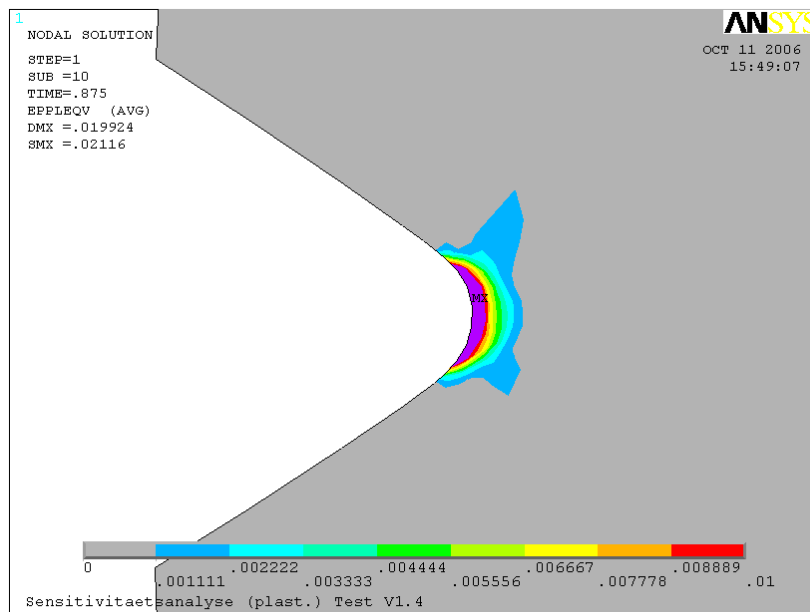
- Einstellen von Axialsymmetrie



Netzverfeinerung

Anforderungen an Vernetzung:

- Eher grob → weniger Elemente → weniger Rechenzeit
- Einkerbung ausreichend gut abbilden
- Im Bereich auftretender plast. Dehnungen fein genug sein



Durchführung der Sensitivitätsanalyse

Nennwerte:

- Flankenwinkel, Gewindesteigung an metrischem ISO-Gewinde M12 orientiert (DIN 13)
- geometrische Größen Stumpfheitsradius, Körperhöhe und -breite frei gewählt
- Materialparameter E-Modul, Querkontraktionszahl, Fließgrenze an Werkstoff Stahl orientiert

Toleranzen:

- Expertenmeinung / Abschätzung

Verteilung:

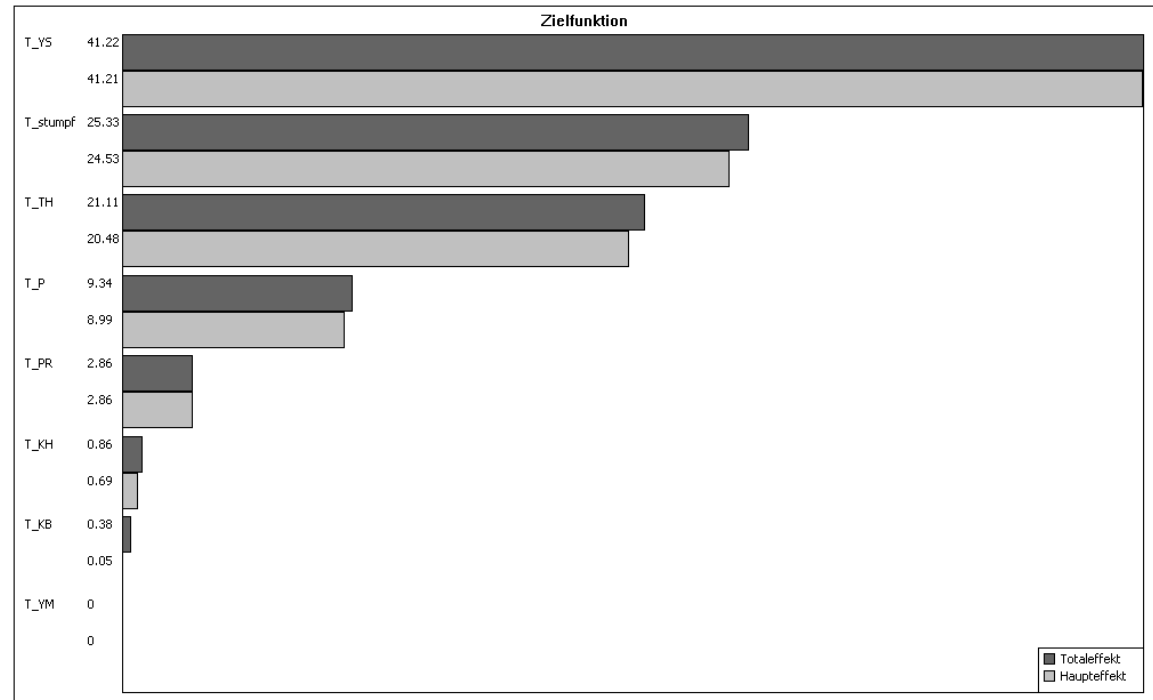
- Stumpfheitsradius: Gleichverteilung
 - Werkzeugverschleiß des Gewindeschneiders
- Restlicher Input: Normalverteilung
 - natürliche Streuung

Größe	Einheit	Nennwert	Toleranz	Verteilung ^a
Θ	[°]	60	4	N
P	[mm]	1.75	0.2	N
s	[mm]	0.225	0.05	G
h_K	[mm]	12	1	N
b_K	[mm]	9	0.5	N
E	[MPa]	200000	40000	N
ν	–	0.31	0.05	N
σ_y	[MPa]	400	40	N



Ergebnisse der varianzbasierten Sensitivitätsanalyse

- (In)signifikante Inputs identifiziert
- Es existieren Interaktionen zwischen den Eingangsgrößen
 → Zielfunktion nicht linear
 → RSOA nicht empfehlenswert
- Rechenzeit deutlich senkbar

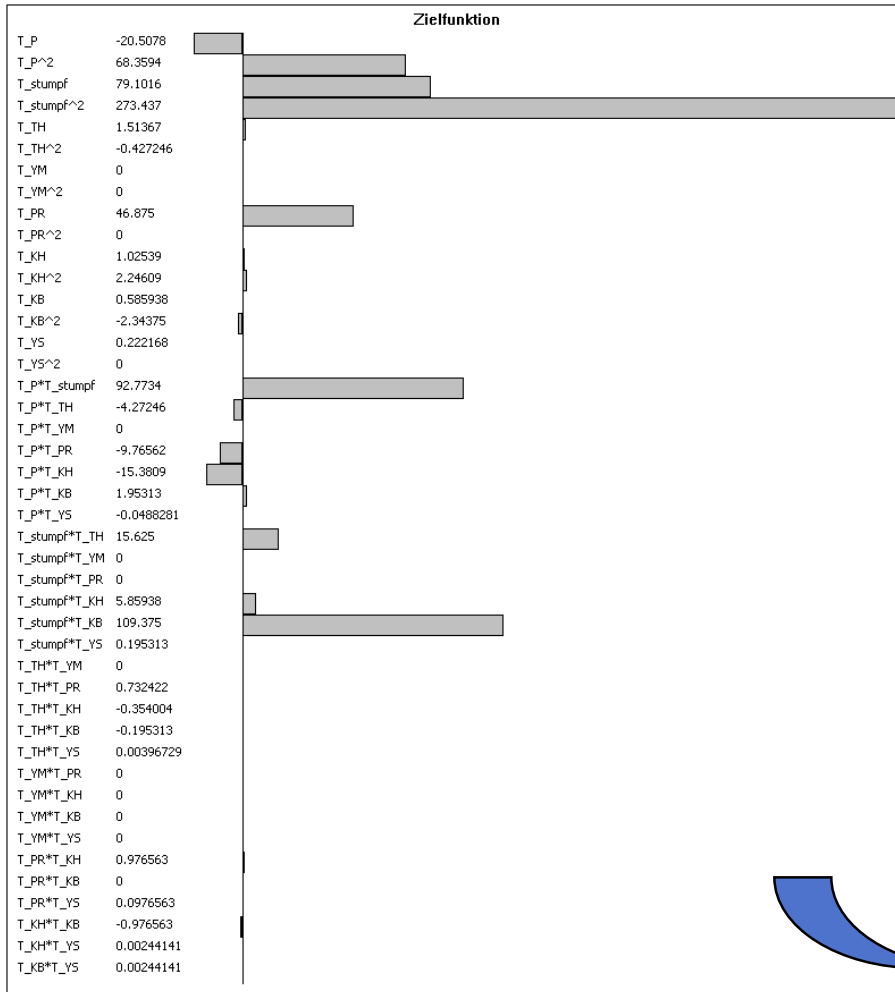


Haupteffekt:
$$S_{X_i} = \frac{\text{Var}(Y|X_i)}{\text{Var}(Y|\mathbf{X})}$$

Totaleffekt:
$$S_{TX_i} = S_{X_i} + S_{X_i, X_j} = \frac{\text{Var}(Y|X_i)}{\text{Var}(Y|\mathbf{X})} + \frac{\text{Var}(Y|X_i, X_j)}{\text{Var}(Y|\mathbf{X})}$$



Koeffizienten- und Schnittdiagramm

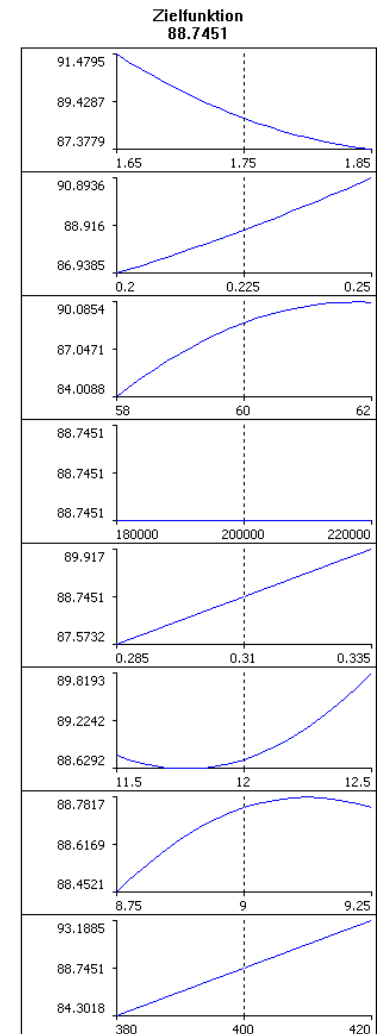


Schnittdiagramm:

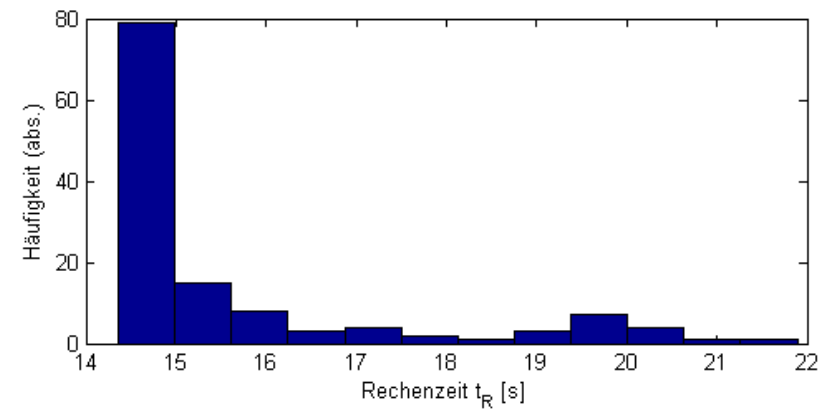
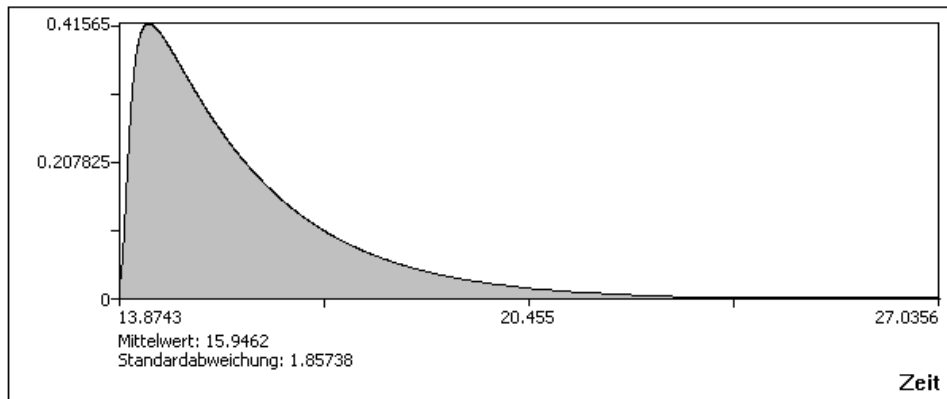
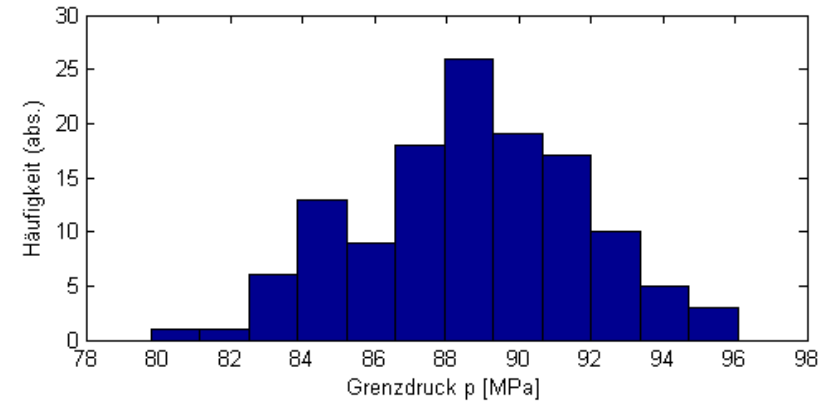
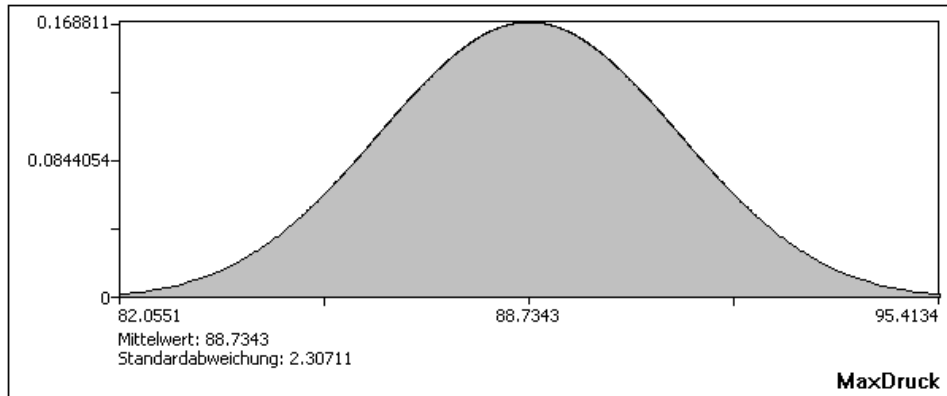
- Abhängigkeit der Ersatzfunktion von den Toleranzgrößen

Koeffizientendiagramm:

- Koeffizienten der Taylorreihe (SOA)



Verteilung der Ausgangsgröße



OptiY-Ausgabe

Matlab-Ausgabe

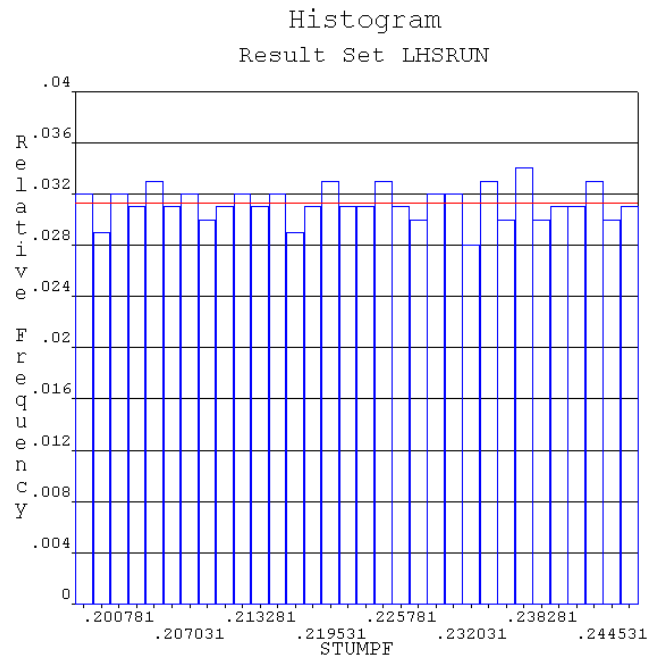


Stichprobenbasierte Sensitivitätsanalyse

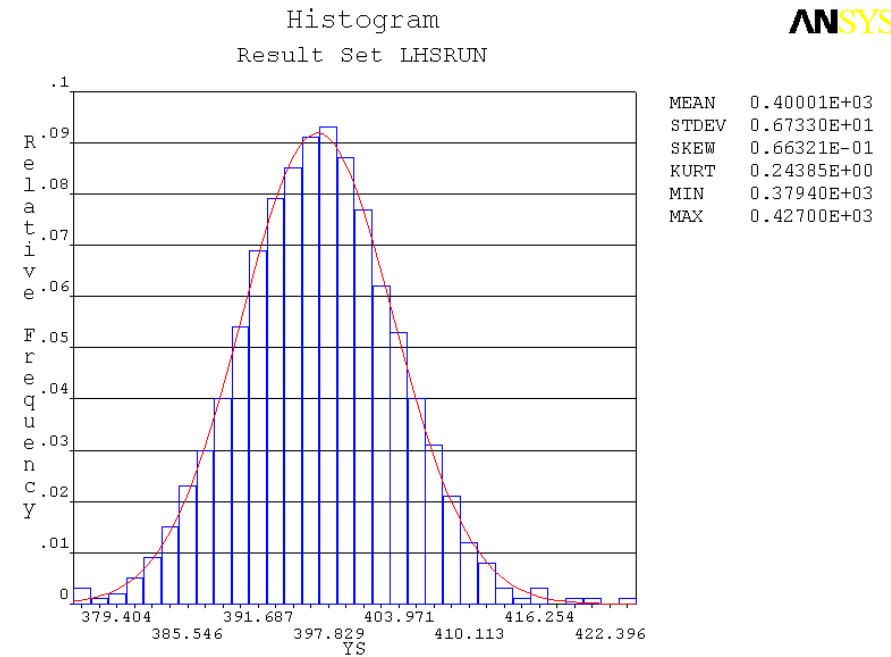
- Analyse wurde komplett in ANSYS erstellt
 - keine Schnittstellenprogrammierung nötig
- gleiches Modell wird verwendet
- Nennwerte, Toleranzen und Verteilungen/WDF gleich
- Modell wird $r = 1000$ mal für verschiedene Stichproben durchgerechnet
- Stichproben werden mit Latin Hypercube Sampling erstellt
 - Vorteil gegenüber Monte Carlo Simulation: kein „Clustering“ möglich
 - mehr Zufälligkeit



Ergebnisse der stichprobenbasierten Sensitivitätsanalyse



ANSYS



ANSYS

Anzahl Simulationen ausreichend, wenn Balken im Histogramm

- nahe an der Kurve der Verteilungsfunktion sind
- relativ „glatt“ und ohne große Sprünge sind
- keine Lücken zwischen einzelnen Klassen haben

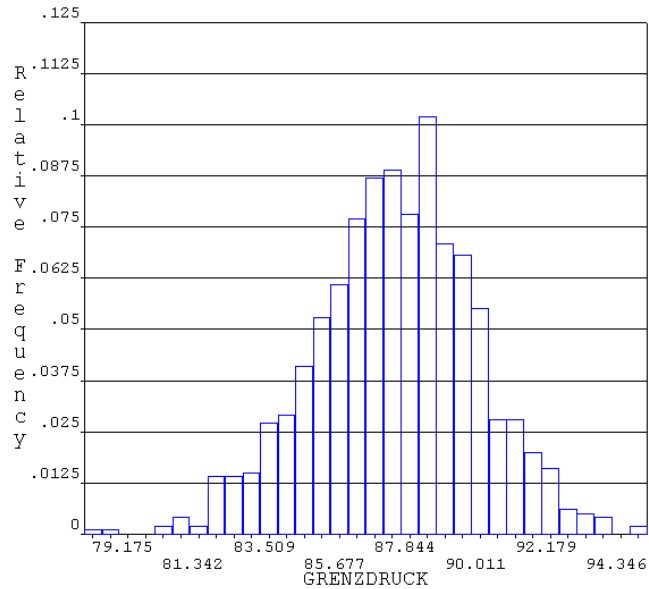


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Statistik der stichprobenbasierten Sensitivitätsanalyse

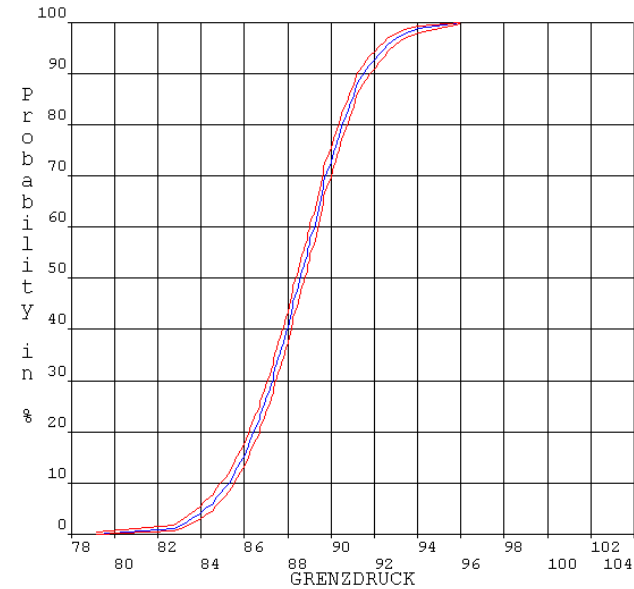
Histogram
Result Set LHSRUN



ANSYS

MEAN 0.88487E+02
STDEV 0.24815E+01
SKEW -0.17205E+00
KURT 0.18763E+00
MIN 0.79175E+02
MAX 0.95972E+02

Cumulative Distribution Function
Result Set LHSRUN



ANSYS

MEAN 0.88487E+02
STDEV 0.24815E+01
SKEW -0.17205E+00
KURT 0.18763E+00
MIN 0.79175E+02
MAX 0.95972E+02

Confidence Limit
95.00%

Methode	\bar{p}	σ_p	ν_p	γ_p	p_{min}	p_{max}
SOA	88.734	2.3071	-0.1232	-0.2793	79.810	96.069
MCS	88.487	2.4815	-0.1720 ^a	0.1876 ^a	79.175	95.972
rel. Fehler	0.28%	7.56%	-	-	0.79%	0.10%

Beispiel kumulierte WS-Verteilung

Ziel der Optimierung:

Modell soll mind. 85 Mpa aushalten

→ Versagens-WS = 8,8% (95% sicher)

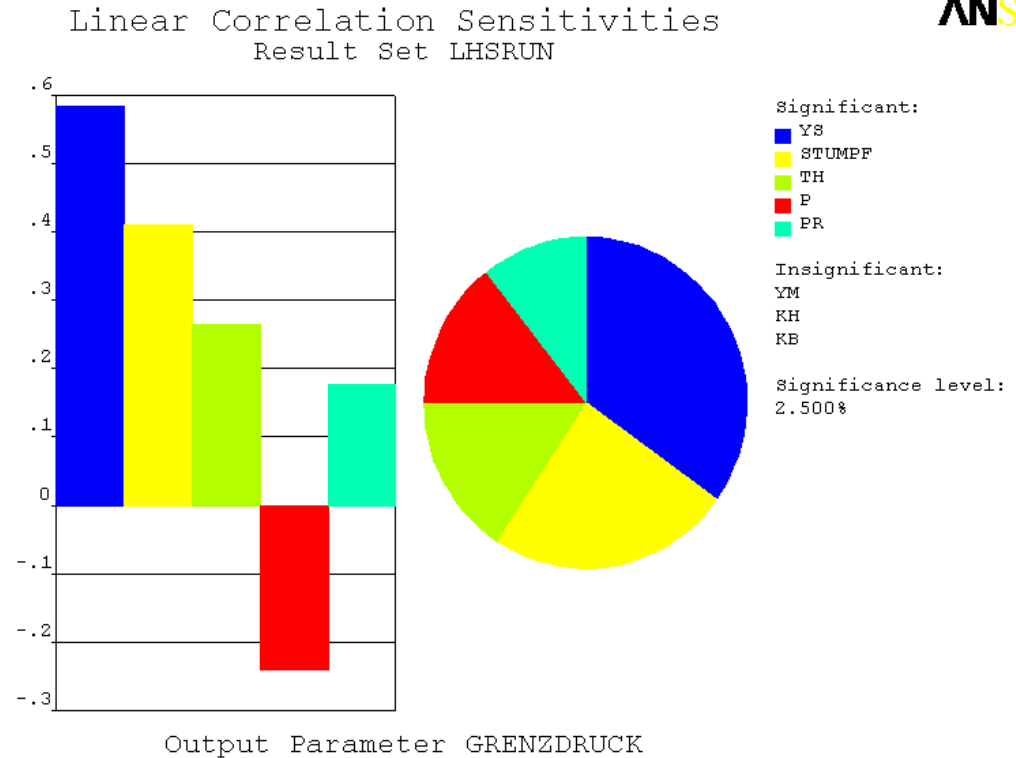


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Sensitivitäten

- Gleiches Ranking
- Insignifikante Inputs gleich
- nur qualitative S.-Maße verfügbar
- PLCC stellt ein Maß für linearen Zusammenhang zwischen X und Y dar
- keine Interaktionen zwischen Input berechenbar



$$S_P = \frac{\sum_{i=1}^r (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^r (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^r (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Pearson Linear Correlation Coefficient



Fazit / Vergleich

	A	B	
Es ist viel Vorarbeit nötig	↗	→	
Vollständige Automatisierung ist möglich	↑	↑	
Es stehen viele Verteilungen zur Verfügung	↘	↑	
Ein Bericht/Report wird autom. erstellt	↓	↑	
Die signifikanten Inputs werden bestimmt	↑	↑	
Die insignifikanten Inputs werden bestimmt	↑	↑	
Interaktion zwischen Input wird bestimmt	↑	↓	} Hauptkriterien
Die Rechenzeit ist kurz	↗	↓	
Ein beliebiges Modell kann analysiert werden	↑	↘	

Methode A: varianzbasierte Sensitivitätsanalyse mittels SOA in OptiY

Methode B: probabilistische Sensitivitätsanalyse mittels LHS in Ansys



Schluss

Zusammenfassung:

- einfaches Modell eines Systems wurde als num. Finite-Elemente-Modell umgesetzt
- Sensitivitätsanalysen wurden für FE-Modell durchgeführt
- vorhandene Schnittstelle zu Matlab konnte erweitert werden
- Interaktion zwischen Toleranzpaaren wurde aufgedeckt

Ausblick:

- Implementierung multivariabler Parameter möglich, z.B. Alterungseffekte usw.
- Globale Sensitivitätsanalyse ist eine geeignete Methode, komplexe Systeme zuverlässigkeitstechnisch zu bewerten (Schadensmodellierung)
- Anwendung der Analyse auf adaptive Strukturen vorstellbar (Reglerkonzepte)



Vielen Dank für die Unterstützung

Dipl.-Ing. Soong-Oh Han

Dr.-Ing. Paschalis Grammenoudis

Dr.-Ing. Daniel Hochlehnert

Dipl.-Ing. Mario Preis

Dipl.-Ing. Marie Jedele

Han Ching Kuo

Cristina Tapia Roman

Sebastian Göhler

Saurabh Aggarwal

Anke Diehl

